JARRAITUTASUNA

JARRAITUTASUNA

1) Aurkitu honako funtzio hauen definizio-eremuak:

a) $f(x) = -x + 1 - \sqrt{4 - x^2}$ b) $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \sqrt{x-1}}}$

2) Eman dezagun $f(x)$ funtzioaren definizio-eremua $[0,4]$ dela. Kalkulatu, modu arrazoituan, funtzio honen definizio-eremua: $F(x) = f(ln(x))$

3) Aurkitu *k*-ren balioa honako funtzio hau jarraitua izan dadin R osoan.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{2x - 2} & \text{baldin} \quad x \leq 1 \quad \text{bada} \\ k & \text{baldin} \quad x > 1 \quad \text{bada} \end{cases}$$

4) Kalkulatu *a*-ren balioa $f(x) = \dfrac{x^2 + x + a}{x^2 + 3x - 4}$ funtzioak eten saihesgarria izan dezan $x = 1$ abzisadun puntuan.

5) Aztertu ea bi funtzio hauek Bolzanoren teorema betetzen duten (adierazten den tarte bakoitzean).

a) $f(x) = x^2 - e^x + 2$, $[1,2]$ tartean b) $f(x) = \cos x + 2\sin x - x$, $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$ tartean

6) Izan bedi $f(x) = x^3 + x + 1$ funtzioa. Froga ezazu:

a) *f*(*x*) funtzioak erro erreal bat daukala (aplikatu Bolzanoren teorema).

b) *f*(*x*) funtzioak erro erreal bakarra daukala (aplikatu Rolleren teorema).

7) Frogatu $e^x = x + 1$ ekuazioaren erro erreal bakarra $x = 0$ dela.

8) Frogatu $f(x) = \cos x$ eta $g(x) = x$ funtzioek elkar ebakitzen dutela punturen batean.

9) Frogatu $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + x + 2$ funtzioak $[1,3]$ tartean ebakitzen duela abzisa-ardatza. Egiazta daiteke gauza bera $g(x) = \dfrac{2x+1}{x-2}$ funtzioarekin?

10) Aurkitu honako funtzio hauen asintotak:

$f(x) = x \cdot e^{-x^2}$ $g(x) = x^2 \cdot e^x$ $f(x) = \dfrac{e^{-x}}{x-1}$

DERIBATUAK

DERIBATUAK

1) Izan bedi $f(x) = x^2 - |x|$ funtzioa.

   a) Adierazi funtzio hori tarteka, eta irudikatu.

   b) Aztertu funtzioaren deribagarritasuna.

2) Kalkulatu $y = x^2$ parabolaren zuzen ukitzaileen ekuazioak $(a, f(a))$ puntuan. Haietatik, zeintzuk igarotzen dira $(2,0)$ puntutik?

3) Kalkulatu *a*-ren eta *b*-ren balioak honako funtzio hau deribagarria izan dadin:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - x & x < -1 \\ ax^2 + bx & x \geq -1 \end{cases}$$

4) Kalkulatu *a*-ren eta *b*-ren balioak $f(x) = \begin{cases} (2a+1) \cdot x + b & x \leq 0 \\ e^{ax} & x > 0 \end{cases}$ funtzioa deribagarria izan dadin.

5) Eman dezagun *f* funtzioa zuzen errealeko puntu guztietan dela deribagarria; eta, horrez gain, $f(0) = 2$ eta $f'(0) = -2$ direla.

   Eta har ditzagun kontuan bi funtzio hauek: $g(x) = e^{f(x)}$ eta $h(x) = f(e^x)$.

   Badugu nahikoa datu $g'(0)$ kalkulatzeko? Eta $h'(0)$ kalkulatzeko? Erantzuna baiezkoa izanez gero, kalkulatu balioa; ezezkoa izanez gero, berriz, esan zergatik den ezinezkoa.

6) Jakinik $f(2) = 3$, $f'(2) = -4$, $g(1) = 2$ eta $g'(1) = 5$ direla, aurkitu –ahal bada– $(f \circ g)'(1)$ eta $(g \circ f)'(2)$. Posible izan ezean, justifikatu erantzuna.

7) Honako baldintza hauek betetzen ditu f funtzioak: puntu guztietan deribagarria da; eta, horrez gain, $f(1) = 0$, $f'(1) = 1$ eta $f''(1) = 3$ dira.

   Izan bedi $g(x)$ honela definitutako funtzioa: $g(x) = e^{f(x)} - f(x)$.

   Kalkulatu, era arrazoituan, $g'(1)$ eta $g''(1)$.

8) Kalkulatu $f(x) = (x^2 + 1) \cdot e^{-x}$ kurbaren zuzen ukitzailea $x_0 = 0$ abzisadun puntuan.

9) Zehaztu $y = x^3 + 9x^2 - 9x + 15$ kurbaren zer puntutan den ukitzailea $y = 12x + 5$ zuzenaren paraleloa.

10) Izan bedi $x^2 y + 4y - 24 = 0$ ekuazioaren bidez adierazitako kurba. Deribazio inplizitua erabiliz, kalkula itzazu y'-ren eta y''-ren balioak kurbaren $P(2,3)$ puntuan.

DERIBATUAK

11) Kalkula ezazu $x^2 + y^2 = 25$ zirkunferentziarekiko zuzen ukitzaileak $x = 3$ abzisadun puntuetan.

12) Aurkitu $x^2 + 16y^2 - 25 = 0$ kurbarekiko zuzen ukitzailea abzisa 3 eta ordenatu positiboa dituen puntuan.

13) Izan bedi $f(x) = 1 - x^2$ funtzioa.

a) Aurkitu funtzioaren zuzen ukitzailea $(a, f(a))$ puntuan.

b) Aurreko zuzen ukitzaileen artean, zeinetan da jatorriko ordenatua 5?

14) Idatzi $x^2 - 3y^2 + 2x + 9 = 0$ kurbarekiko zuzen ukitzaileak $x_0 = 1$ abzisadun puntuetan.

15) Aurkitu *a*-ren eta *b*-ren balioak $f(x) = ax^2 - b$ funtzioan $(1,5)$ puntuko zuzen ukitzailea $y = 3x + 2$ izan dadin.

16) Eman dezagun $f(x) = x^2 + 2x + k$ funtzioa. Aurkitu *k* parametroa funtzioaren balioa 8 izan dadin minimoan.

17) Aurkitu *a*-ren eta *b*-ren balioak $f(x) = x^2 + ax + b$ funtzioa $P(-2,1)$ puntutik igaro dadin, eta $x = 3$ abzisadun puntuan mutur erlatiboa egon dadin.

18) Aurkitu *a*-ren, *b*-ren eta *c*-ren balioak $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ funtzioan, *f* funtzioak $P(0,4)$ puntuan maximoa eta $Q(2,0)$ puntuan minimoa izan ditzan.

19) Aurkitu $f(x) = x^4 - 2x^3$ funtzioaren maximo eta minimoak.

20) Aurkitu $f(x) = x \cdot \ln x$ funtzioaren maximo eta minimoak.

21) Egiaztatu $f(x) = x^3 - 3x + 5$ funtzioak Rolleren teoremaren baldintzak betetzen dituela $[-2,1]$ tartean.

Aurkitu zein baliotan (c) betetzen den teorema. Badago balio bat baino gehiago?

22) Kalkulatu *m* eta *n* honako funtzio honek Batezbesteko Balioaren Teoremaren baldintzak bete ditzan $[0, 2]$ tartean:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + m & \text{baldin} \quad x \leq 1 \quad \text{bada} \\ -x^2 + nx & \text{baldin} \quad x > 1 \quad \text{bada} \end{cases}$$

Aurkitu *x*-ren zein baliotarako betetzen den teorema.

23) Kalkulatu *a*, *b* eta *c* honako funtzio honek Rolleren Teoremaren baldintzak bete ditzan $[0, 4]$ tartean:

$$f(x)=\begin{cases} x^2+ax+b & \text{baldin} \quad x<2 \quad \text{bada} \\ cx+1 & \text{baldin} \quad x\geq 2 \quad \text{bada} \end{cases}$$

Zein puntutan betetzen da teorema?

24) Kalkulatu a, b eta c honako funtzio honek Rolleren teoremaren baldintzak bete ditzan $[-2,2]$ tartean:

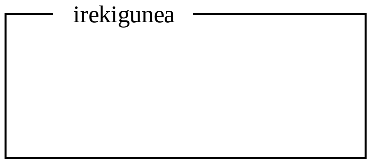
$$f(x)=\begin{cases} 2x^2+ax+4 & x\in[-2,0] \\ bx+c & x\in(0,2] \end{cases}$$

Zein puntutan betetzen da teorema?

DERIBATUAK

OPTIMIZAZIO-PROBLEMAK

1) Laukizuzen formako lursail lau bat 80 m-ko alanbre-sarearekin inguratu nahi da, baina alde batean 20 m-ko irekigunea utzita, irudian ageri den bezala.



Kalkulatu laukizuzenaren neurriak azalera maximoa izan dadin. Kalkulatu azalera hori ere.

2) Soka bat daukagu, 6 m luzea. Muturrak lotuz gero, hainbat neurritako triangelu isoszeleak eraiki ditzakegu. Kalkulatu, modu arrazoituan, triangelu horietatik azalera handienekoaren dimentsioak. Zer motatako triangelua da?

3) Aurkitu bi zenbaki erreal positibo, jakinik euren batura 10 dela eta euren biderkadura maximoa dela.

4) 24 m^2-ko lursail bat hesi laukizuzen baten bidez mugatu nahi dugu; gainera, bi zatitan erdibitu nahi da, beste hesi bat eraikita, lau aldeetako baten paraleloa. Zer neurri eduki behar ditu lursailak hesia ahalik eta laburrena izan dadin?

5) Paper-orri batek 18 cm^2-ko testu inprimatua eduki behar du. Goiko eta azpiko marjinek 2 cm-koak izan behar dute, eta 1 cm-ekoak alboetakoek. Kalkulatu dimentsioak orria ahalik eta merkeena izan dadin.

6) Zilindro itxurako uraska bat eraiki nahi da. Aurkitu dimentsioak ur-bolumena maximoa izan dadin, kontuan hartuta 300 m^2 estali behar direla azulejuz (zorua barne).

7) Objektu bat puntu finko batetik jaurtitzen da, bertikalki. Une horretatik *t* segundo igaro ondoren zer altueratan dagoen, $h(t)=5-5t-5e^{-2t}$ funtzioak ematen du.

   a) Zenbat denbora igarotzen da altuera maximoa lortu arte? Zein da altuera hori?

   b) Kontuan hartuz $v(t)=h'(t)$ betetzen dela, kalkulatu zer abiadura duen jaurti den unetik 2 segundora.

8) Metro bateko luzera duen alanbre batekin, bi zati egin dira. Zati batekin, karratu bat osatu da; eta bestearekin, zirkunferentzia bat. Kalkulatu zati bakoitzaren luzera bi barrutien azaleren batura minimoa izan dadin.

9) Hiru ordu irauten duen atletismoko proba batean, gorako jauzian, jauzilari baten kontzentrazio-gaitasuna honako funtzio honek ematen du: $f(t)=300t\cdot(3-t)$, t denbora izanik, ordutan adierazita, 0 h-tik 3 h-ra.

   a) Kalkulatu zein tartetan doan handitzen kontzentrazio-gaitasuna, eta zeinetan txikitzen.

   b) Kontzentrazio-gaitasunari bakarrik erreparatuta, zein da atletak jauzi egiteko une egokiena?

   c) Irudikatu kontzentrazio-gaitasuna adierazten duen funtzioa.

DERIBATUAK

10) Errepide zuzen baten aldamenean dagoen lursail laukizuzena hesi batez inguratzeko, 288.000 pezeta dauzkagu. Errepide aldameneko hesiaren prezioa 800 pezeta/metro-koa da; eta beste aldeetan jarri beharreko hesiarena, berriz, 100 pezeta/metro-koa. Hala izanik, zeintzuk dira lursail laukizuzenaren dimentsioak azalera maximoa izan dadin? Zein da azalera hori?

11) Hiri handi batetik irteteko errepide batean, arratsaldeko ordu bietatik seietara, automobilen abiadura honako funtzio honek ematen du: $v(t) = t^3 - 15t^2 + 72t + 8$, non $t \in [2,6]$.

a) Zer ordutan da maximoa automobilen abiadura? Justifikatu erantzuna.

b) Zer ordutan da minimoa automobilen abiadura? Justifikatu erantzuna.

12) Oinarri karratuko kutxa itxi bat eraiki nahi da, 80 cm^3-ko edukiera duena. Estalkirako eta alboko gainazalerako erabilitako materialaren prezioa 1 €/cm^2-ekoa da; eta oinarrirako materialarena, berriz, %50 garestiagoa. Aurkitu kutxaren dimentsioak ahalik eta merkeena izan dadin.

13) 8 cm-ko perimetrodun laukizuzenetatik, aurkitu diagonalik txikiena duena.

14) Ibai baten alboko larre laukizuzen bat hesitu nahi du baserritar batek. Larreak 180.000 m^2-ko azalera eduki behar du, abereek elikatzeko beste bazka eduki dezaten. Ibaiaren alboko aldea ez badu hesitu behar, zer dimentsio eduki beharko ditu lursail laukizuzenak ahalik eta hesi gutxien erabiltzeko?